



Modélisation mathématique, simulation numérique et application en tomographie optique chez l'enfant prématuré

Réalisée par: **Farah Oumri**



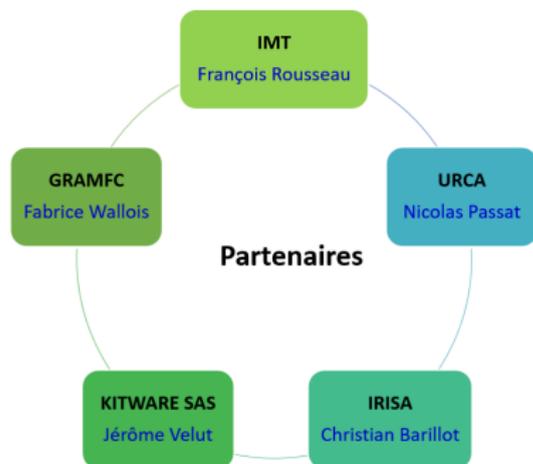
Encadrants: Stéphanie Salmon
Stephanie Lohrengel

Laboratoire de Mathématiques de Reims
CNRS UMR 9008

Contexte clinique :

Projet **ANR-15-CE23-0009 MAIA** (Multiphysics image-based Analyls for premature Brain).

Coordinateur du projet : **François Rousseau**, IMT Atlantique.



Grands Défis

- 1 Établir un pronostic neurodéveloppemental.
- 2 Étude de la période péri-natale.
- 3 Étude des nouvelles méthodes d'acquisition.
- 4 Relier des modèles « biophysiques » aux données « images ».
- 5 Impact de lésions cérébrales, étude des anomalies.

Contexte de thèse :

- 1 Traitement des données d'images médicales non-invasives et non irradiantes.
- 2 Modélisation de la tomographie optique diffuse.
- 3 Détection et localisation des anomalies cérébrales chez les prématurés.
- 4 Reconstruction des images à partir des données.



FIGURE – Représentation des données de l'expérience de la tomographie.

Plan

- 1 Introduction
- 2 Problème direct de la tomographie optique diffuse
- 3 Problème inverse de la tomographie optique diffuse
- 4 Conclusion et perspectives
- 5 Perspectives

Principe

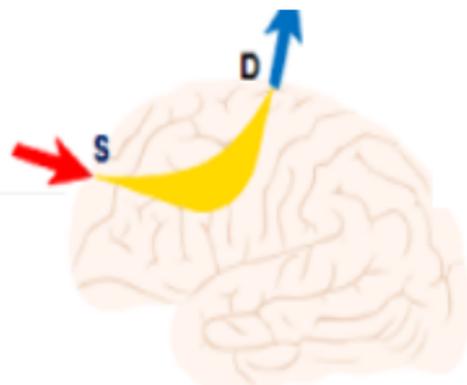
Une technique d'imagerie médicale basée sur l'absorption de la lumière dans l'échelle proche infrarouge des tissus biologiques.

Utilisation

Cartographier l'activité cérébrale normale et pathologique. Détecter et caractériser des tumeurs cérébrales et d'autres lésions des tissus.

Avantages

- une technique non invasive non irradiante.
- Portable (appareil de lit).



Problème direct de la tomographie optique diffuse

Equation de diffusion (ED)

$$-\operatorname{div}(\kappa \nabla \Phi) + \left(\mu_a + \frac{i\omega}{c} \right) \Phi = q \quad \text{dans } \Omega$$

- Φ : densité de photons (solution complexe)
- μ_a : coefficient d'absorption
- $\kappa = \frac{1}{3(\mu_a + \mu'_s)}$ coefficient de diffusion
- q : source lumineuse de fréquence ω

Résolution du problème direct de la tomographie optique

⇒ Résolution de l'ED avec la condition aux limites de Robin :

$$\Phi + 2\chi \kappa \nabla \Phi \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega$$

avec χ le coefficient de réflexion interne à la surface, il est positif.

Cadre d'étude

- Méthode des éléments finis en 2D et 3D avec FreeFem++.
- Milieu diffusant sous forme d'un disque en 2D et d'une boule en 3D, de rayon 60 mm avec quatre couches concentriques :



- Fréquence = 10^8 Hz.
- Propriétés optiques :

Tissu	μ_a (mm^{-1})	μ'_s (mm^{-1})	$\frac{\mu_a}{\mu'_s}$
Scalp	0.018	1.9	0.0095
Crâne	0.016	1.6	0.01
LCS	0.0041	0.032	0.128
Matière grise	0.048	0.5	0.096
Matière blanche	0.037	1.0	0.037

TABLE – Propriétés optiques selon [F. Wallois 2013].

Modélisation de la source

Source supposée **isotrope** ponctuelle : Gaussienne, située en un point \mathbf{x}_S à une distance $\frac{1}{\mu_s}$ de la surface :

$$q(\mathbf{x}) = Ee^{-\frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{x}_S\|^2}{2\sigma^2}}$$

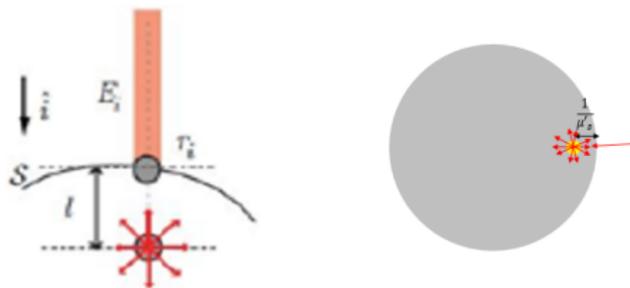
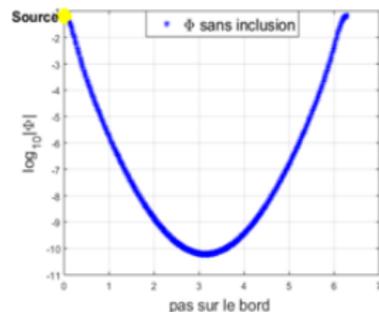


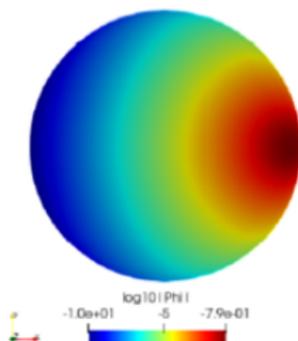
FIGURE – Une source gaussienne placée à une distance $\ell = \frac{1}{\mu_s}$ de la surface.

$\frac{1}{\mu_s}$: Libre parcours moyen de transport du photon.

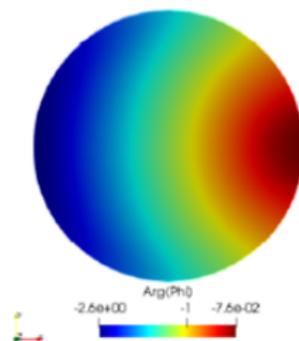
Milieu homogène



Module de la solution au bord



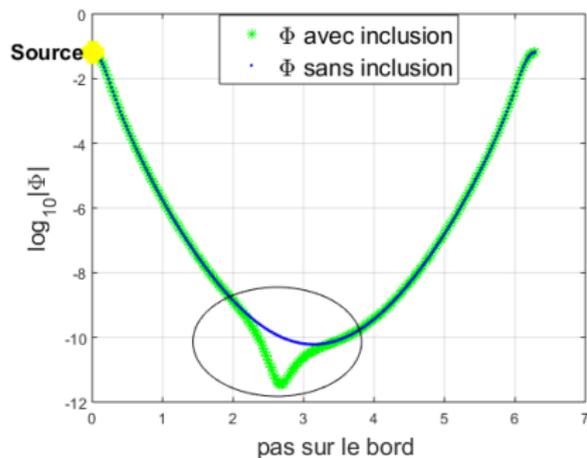
(a) $\log_{10}|\Phi|$



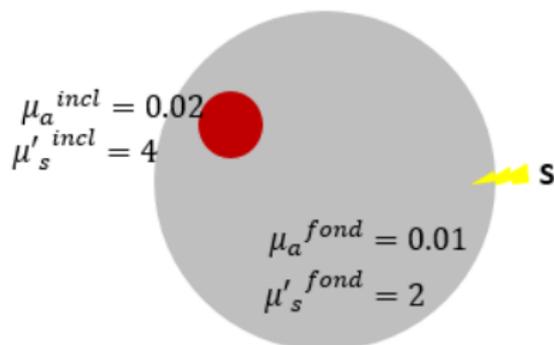
(b) $\text{arg}(\Phi)$

FIGURE – Solution obtenue sur un modèle homogène.

Milieu homogène 2D avec une inclusion



(a) $|\Phi^{avec}|$ et $|\Phi^{sans}|$



(b) Modèle avec une inclusion

FIGURE – Module de la solution au bord avec et sans inclusion.

Milieu homogène 2D avec une inclusion

Influence de la position de la source sur les mesures.

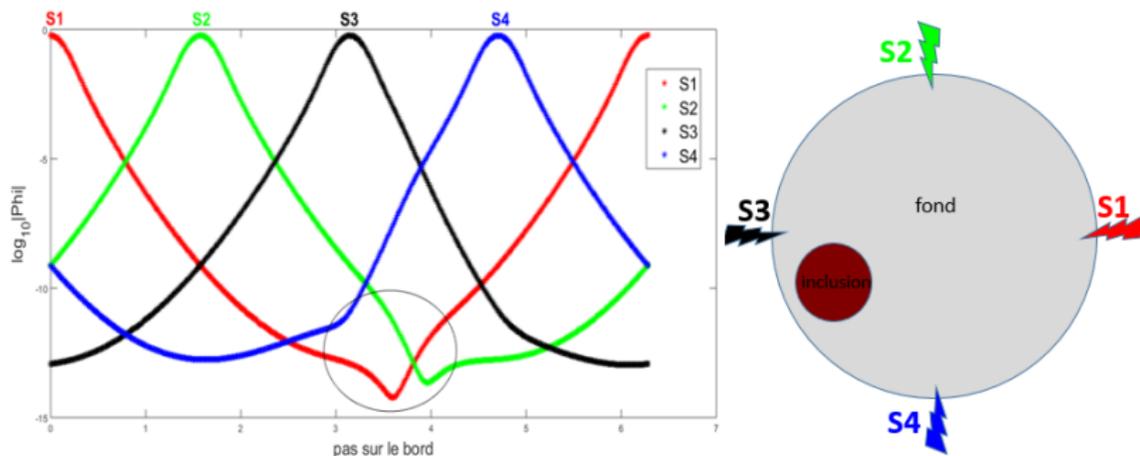
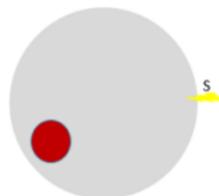
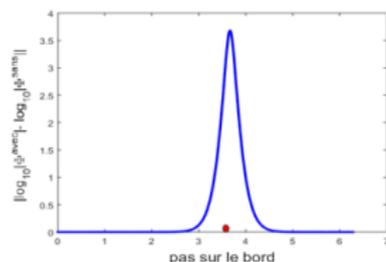
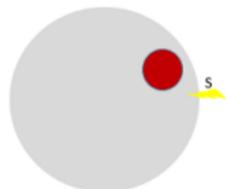
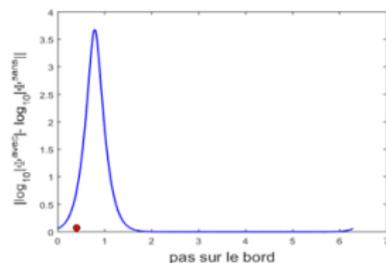


FIGURE – Solution au bord avec quatre sources allumées individuellement.

Milieu homogène 2D avec une inclusion

Localisation d'une inclusion située proche ou loin de la source.



$|\log_{10} |\phi^{avec}| - \log_{10} |\phi^{sans}| |$: Différence entre les densités de photons sur le bord pour les modèles avec et sans inclusion.

Milieu homogène 3D avec une inclusion

Localisation d'inclusions situées proche ou loin de la source.

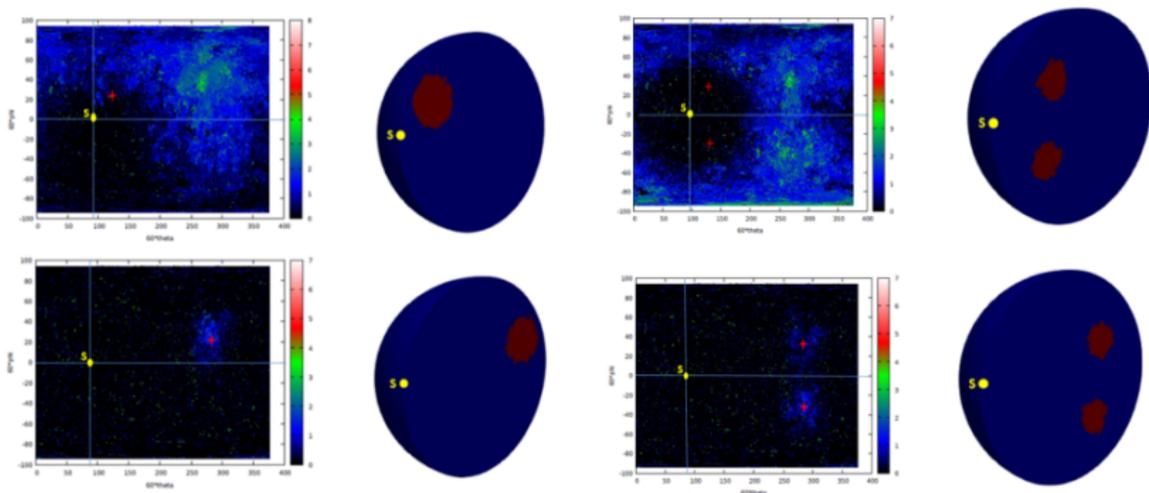
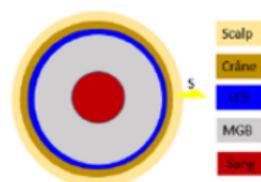
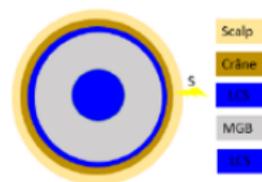
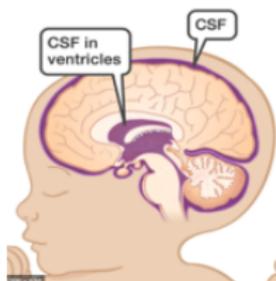


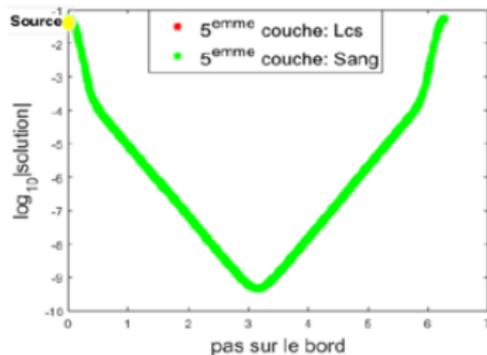
FIGURE – Différence entre les densités de photons sur le bord pour les modèles avec et sans inclusion. Centre de l'inclusion en rouge.

Milieu 2D quatre couches avec une inclusion centrale

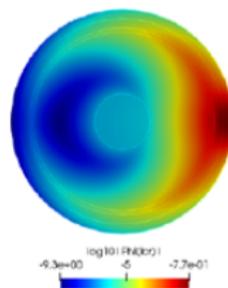
Détection d'une inclusion centrale.



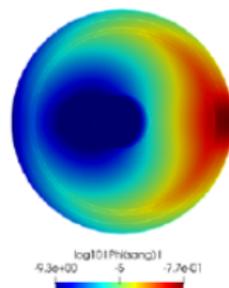
Géométrie quatre couches avec une inclusion centrale.



Solution au bord.



(a) $\log_{10} |\Phi|^{lcs}$



(b) $\log_{10} |\Phi|^{sang}$

Solution obtenue avec les deux modèles.

Milieu 2D quatre couches avec une inclusion

Localisation d'une inclusion située proche ou loin de la source.

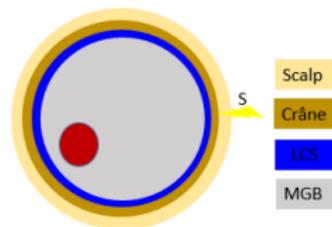
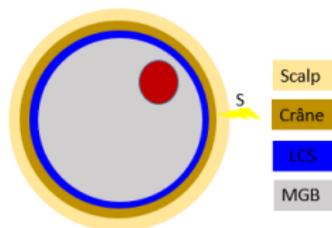
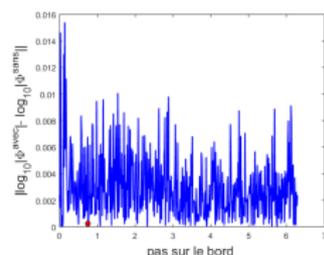
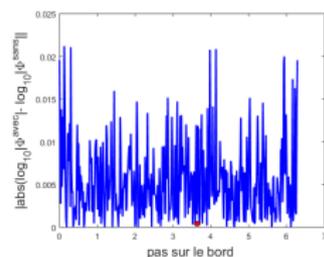


FIGURE – Différence entre les modèles de la solution sur le bord en échelle logarithmique avec et sans inclusion. Centre de l'inclusion en rouge.

Nouveau modèle pour le LCS

Le nouveau modèle prend en compte la présence des trabécules arachnoïdes dans la couche de LCS¹.

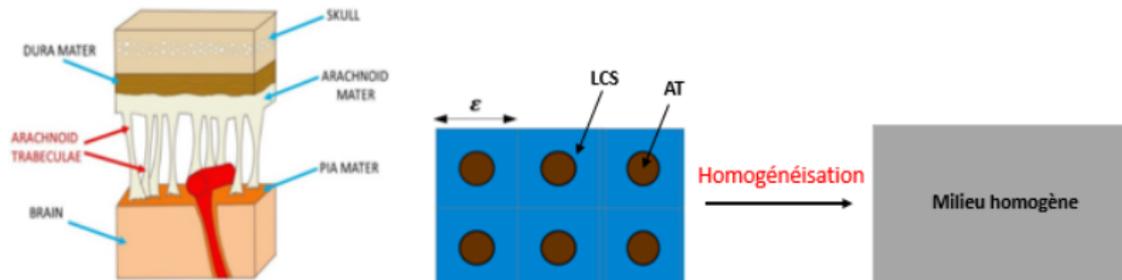
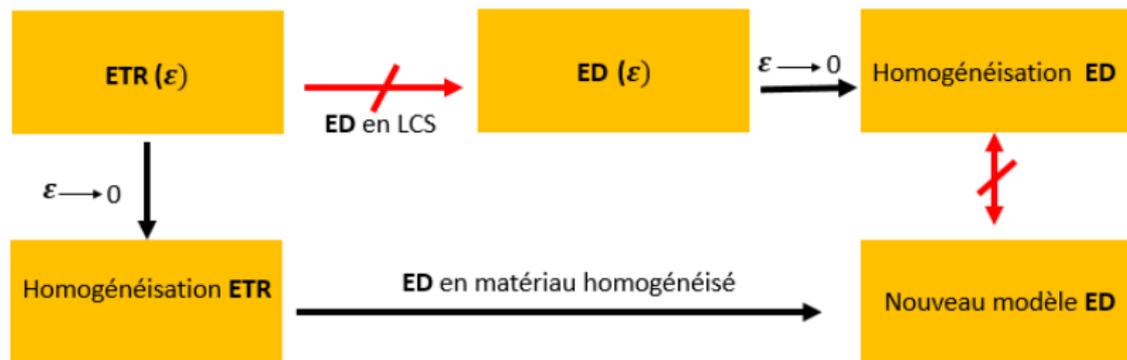


FIGURE – Structure de la couche de LCS.

1. Eiji Okada and David T Delpy. Near-infrared light propagation in an adult head model : 29062914, 2003.



$L_\varepsilon \xrightarrow{*} L^*$ dans L^∞ , où L^* est la solution de l'équation de l'ETR homogénéisé avec les coefficients homogénéisés² :

$$\mu_{a,\varepsilon} \xrightarrow{*} \langle \mu_a \rangle \quad \text{et} \quad \mu'_{s,\varepsilon} \xrightarrow{*} \langle \mu'_s \rangle$$

2. Laurent Dumas and François Golse. Homogenization of transport equations. SIAM Journal on Applied Mathematics, 60(4) :1447-1470, 2000.

Les paramètres optiques sont recalculés par l'équation suivante :

$$\mu_a^* = p \mu_a^{AT} + (1 - p) \mu_a^{LCS}, \quad \mu_s^* = p \mu_s^{AT} + (1 - p) \mu_s^{LCS}$$

où p est un paramètre appartenant à $[0,1]$ qui représente la proportion de trabécules dans la couche de LCS.

p	0	0.10	0.15	0.20	0.30
μ_a^*	0.0041	0.0053	0.0059	0.0065	0.0077
μ_s^*	0.032	0.1888	0.2672	0.3256	0.5024
κ^*	9.233	1.72	1.22	0.95	0.65
$\frac{\mu_a^*}{\mu_s^*}$	0.128	0.0280	0.0220	0.0188	0.0153

TABLE – Paramètres optiques homogénéisés pour différentes proportions p d'AT dans le LCS. $\mu_a^{AT} = \mu_a^{\text{Crâne}}$, $\mu_s^{AT} = \mu_s^{\text{Crâne}}$.

Modèle homogénéisé de l'ED

Détection d'une inclusion centrale.

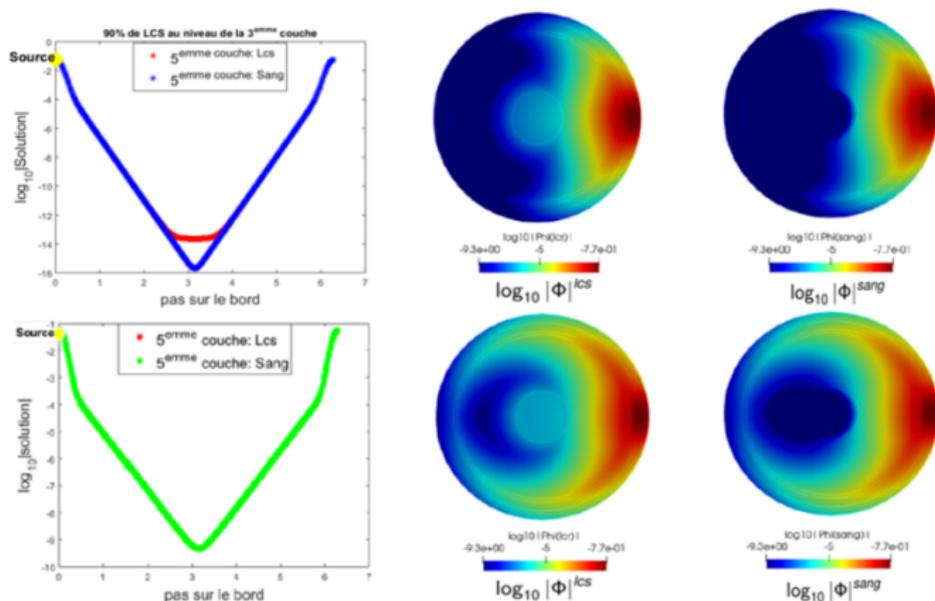
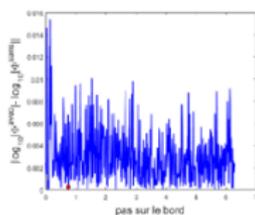


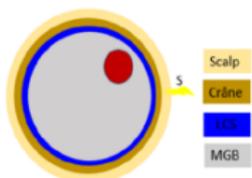
FIGURE – Solutions obtenues pour deux modèles différents au niveau de la 3^{ème} couche. Homogénéisé avec 10% d'AT (ligne 1), classique (ligne 2).

Modèle homogénéisé de l'ED

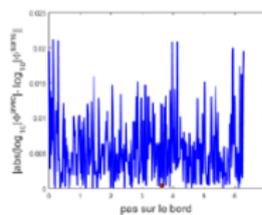
Localisation d'inclusions situées proche ou loin de la source.



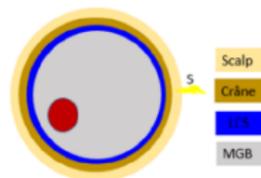
(a) 100% de LCS



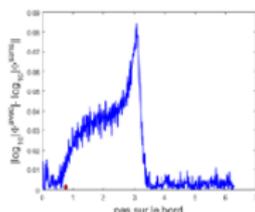
(b) Inclusion proche de la source



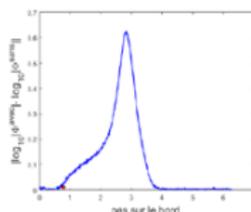
(a) 100% de LCS



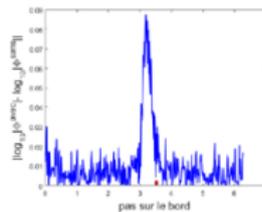
(b) Inclusion loin de la source



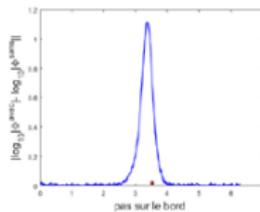
(c) 90% de LCS



(d) 80% de LCS



(e) 90% de LCS



(d) 80% de LCS

$|\log_{10} |\Phi^{avec}| - \log_{10} |\Phi^{sans}||$: Différence entre les densités de photons sur le bord pour les modèles avec et sans inclusion.

Modèle homogénéisé de l'ED

Influence de la position de l'inclusion sur les mesures.

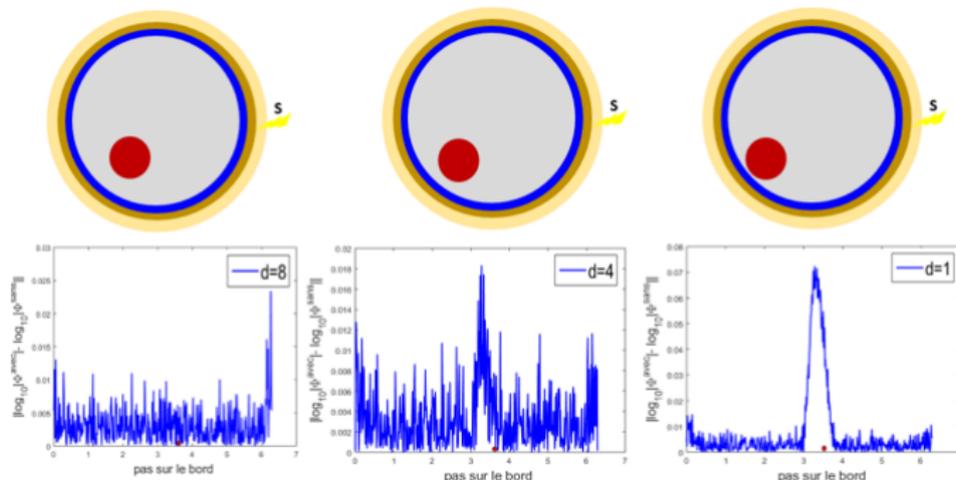


FIGURE – Différence entre les modules des solutions sur le bord avec et sans inclusion pour trois distances entre l'inclusion et l'interface LCS-MGB. Modèle homogénéisé avec 10% d'AT dans le LCS.

Modèle réaliste d'un nouveau-né

Le maillage du modèle réaliste de la tête d'un nouveau-né a été créé par Hamed Azizollahi³ du laboratoire GRAMFC du CHU d'Amiens.

Tissus	Tétraèdres
scalp	171702
crâne	131561
fontanelle	22071
LCS	143023
Cerveau	122521
Maillage complet	590870

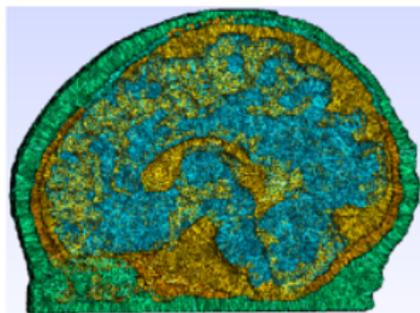


TABLE – Description du maillage.

3. H. Azizollahi, and Fabrice Wallois. Effects of uncertainty in head tissue conductivity and complexity on EEG forward modeling in neonates : 3604 3622, 2016.

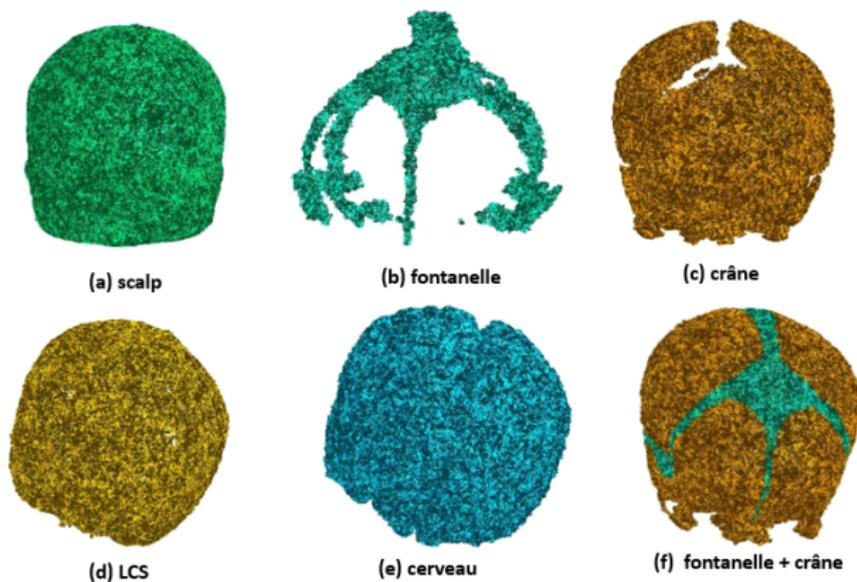


FIGURE – Les couches du maillage réaliste du nouveau-né.

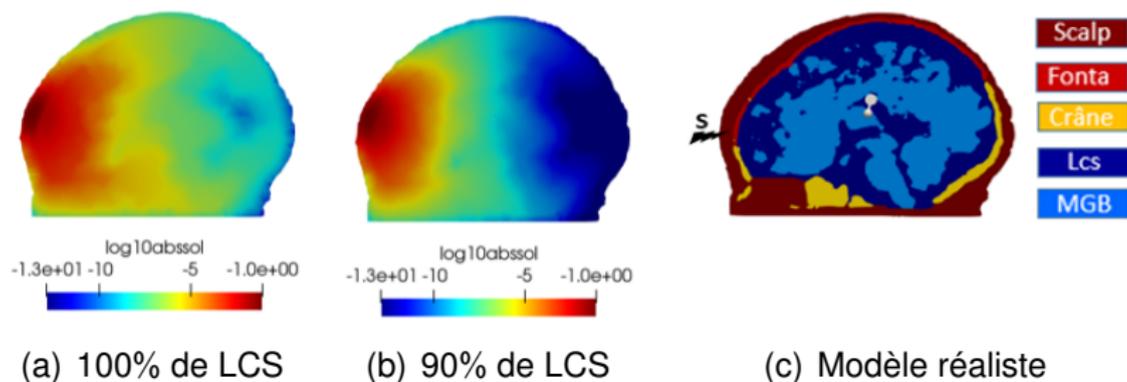
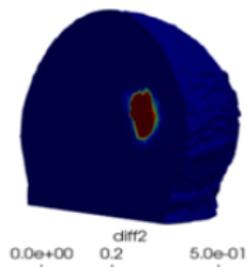
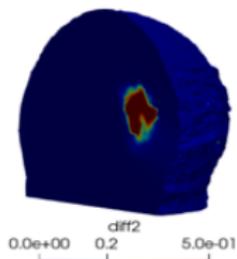


FIGURE – Logarithme du module de la solution sur un modèle réaliste classique et un modèle réaliste homogénéisé.

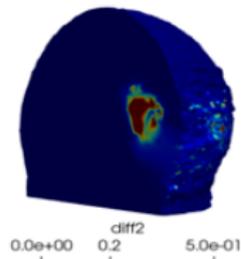
Localisation d'une inclusion située loin de la source.



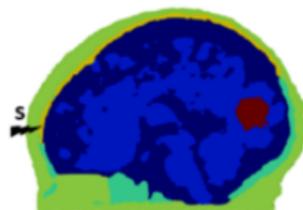
(a) 100% de LCS



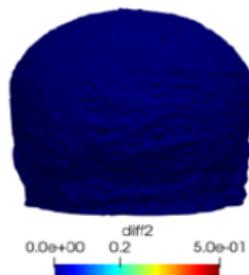
(b) 10% des AT



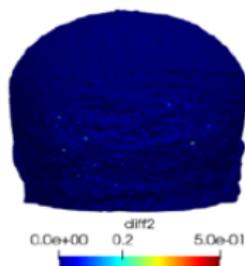
(c) 20% des AT



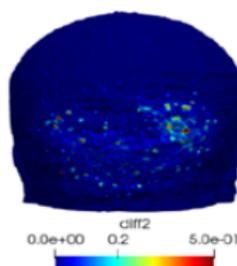
Inclusion loin



(d) 100% de LCS

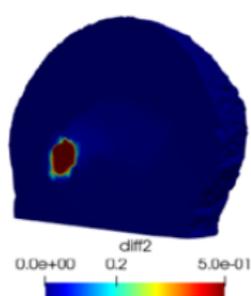


(e) 10% des AT

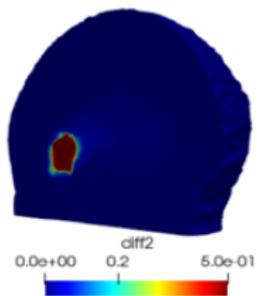


(f) 20% des AT

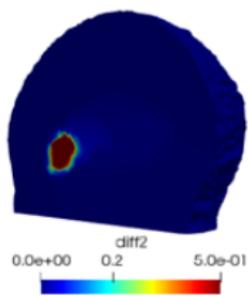
Localisation d'une inclusion située proche de la source.



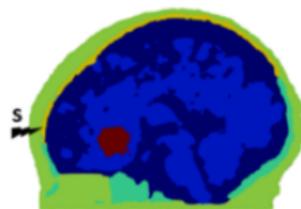
(a) 100% de LCS



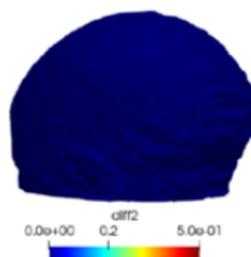
(b) 90% de LCS



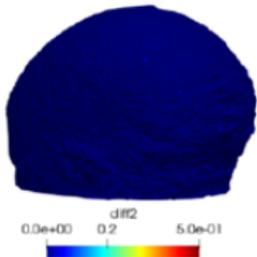
(c) 80% de LCS



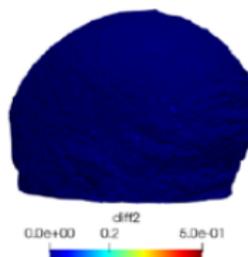
Inclusion proche



(d) 100% de LCS



(e) 90% de LCS



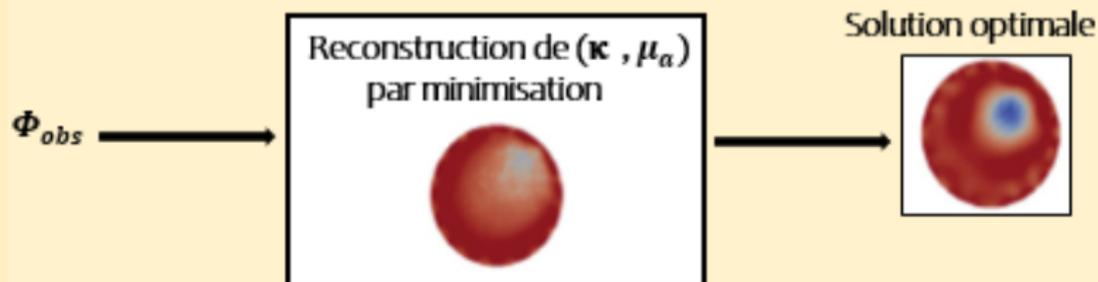
(f) 80% de LCS

Problème inverse de la tomographie optique diffuse.

Problème inverse de la TOD

Principe

- Données aux bords : Φ_{obs}
- Reconstruction de μ_a et κ
- Problème de minimisation



Cadre d'étude du problème inverse

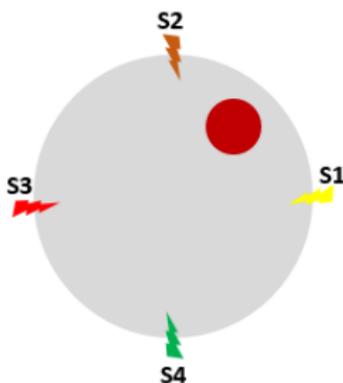


FIGURE – Géométrie avec une inclusion. Quatre sources.

Tissu	$\mu'_s (mm^{-1})$	$\mu_a (mm^{-1})$	$\kappa (mm)$
Fond	1	0.01	0.33
Inclusion	2	0.02	0.16

TABLE – Valeurs des paramètres optiques pour le fond et l'inclusion.

La reconstruction de μ_a et de κ sans bruit

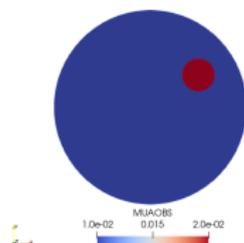
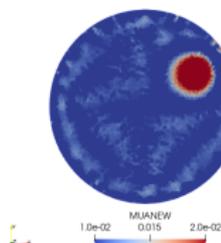
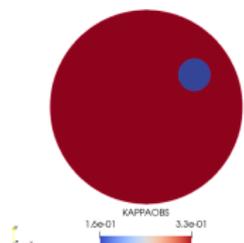
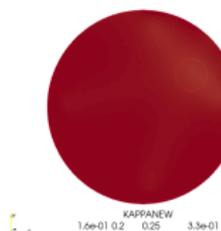
(a) μ_a exact(b) μ_a reconstruit(c) κ exact(d) κ reconstruit

FIGURE – La reconstruction de μ_a et de κ avec $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (5 \cdot 10^{-5}, 10^{-3})$. Sans crime inverse et sans bruit.

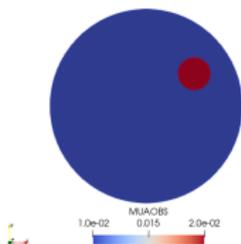
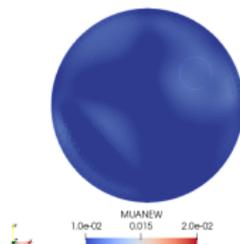
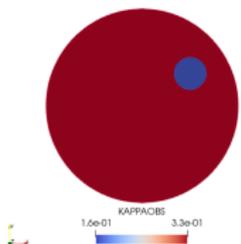
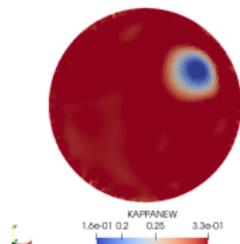
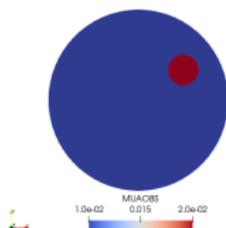
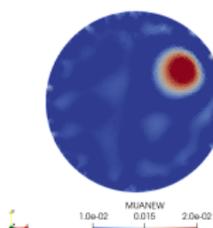
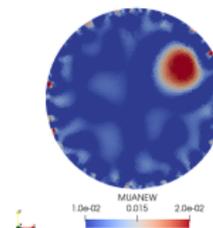
(a) μ_a exact(b) μ_a reconstruit(c) κ exact(d) κ reconstruit

FIGURE – La reconstruction de μ_a et de κ avec $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (10^{-2}, 10^{-3})$. Sans crime inverse et sans bruit.

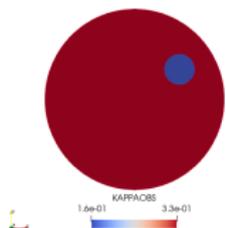
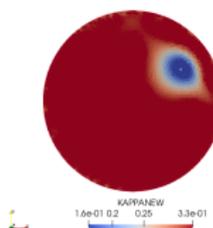
La reconstruction de μ_a et de κ avec du bruit

(a) μ_a exact

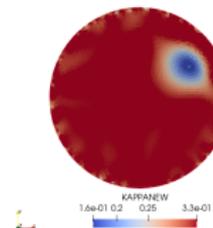
(b) 5% de bruit



(c) 10% de bruit

(d) κ exact

(e) 5% de bruit



(f) 10% de bruit

FIGURE – La reconstruction de μ_a et κ pour trois différents niveaux de bruit.
 $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (5.10^{-5}, 10^{-3})$ pour μ_a , $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (10^{-2}, 10^{-3})$ pour κ .

La reconstruction sur un modèle homogénéisé

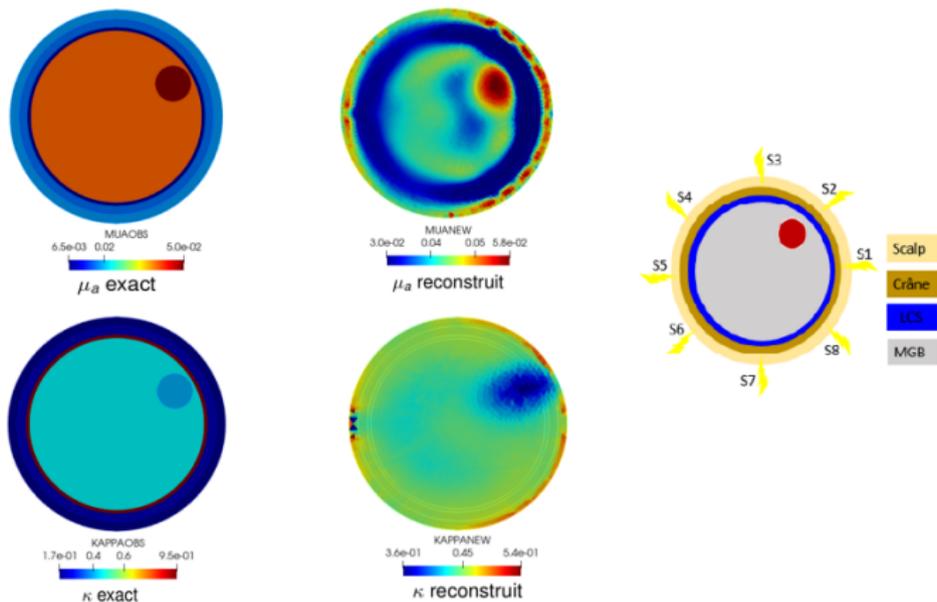


FIGURE – La reconstruction de μ_a et κ avec 25 % d'AT dans le LCS.
 $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (5 \cdot 10^{-5}, 10^{-3})$ pour μ_a , $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (10^{-2}, 10^{-3})$ pour κ .

La reconstruction de μ_a sur un modèle homogène 3D

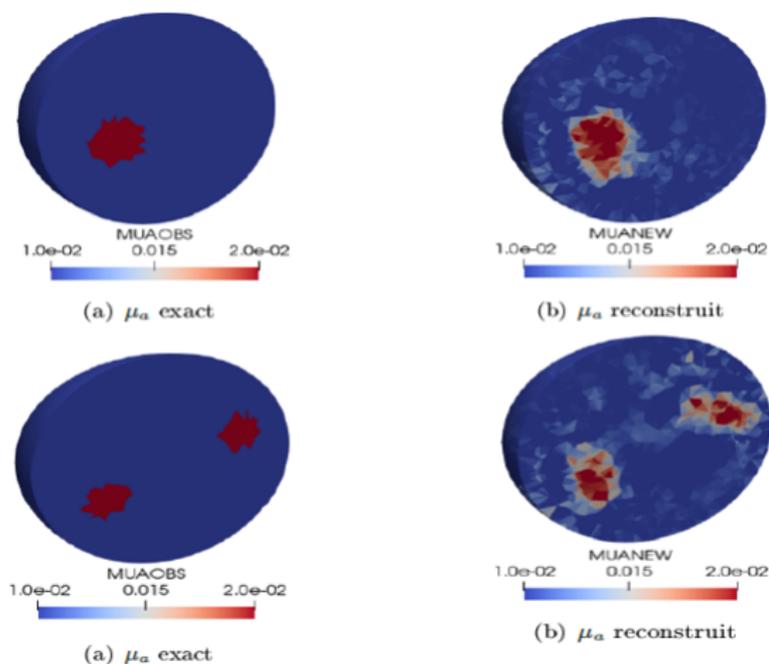


FIGURE – La reconstruction de μ_a en 3D .

Conclusion

- Etude numérique du **problème direct** de la TOD en présence d'inclusions dans des modèles mono et multicouches en $2D$ et en $3D$, ainsi que dans un modèle réaliste.
 - ↪ **La difficulté** rencontrée en présence de LCS.
 - ↪ Le développement d'un nouveau modèle **homogénéisé**.
- Les premiers résultats de la reconstruction des paramètres optiques avec le **problème inverse**.

Perspectives

- Amélioration du problème inverse :
 - ↪ Le choix des paramètres de régularisation.
 - ↪ La reconstruction des deux paramètres simultanément.
 - ↪ ...
- La validation de ces résultats sur un modèle réaliste avec des données cliniques.
- Le couplage de la TOD avec d'autres modalités comme l'électroencéphalographie (EEG) ; pour laquelle des techniques de co-enregistrement des signaux existent déjà.

Merci pour votre attention