



# Modélisation mathématique, simulation numérique et application en tomographie optique chez l'enfant prématuré

Réalisée par: **Farah Oumri**



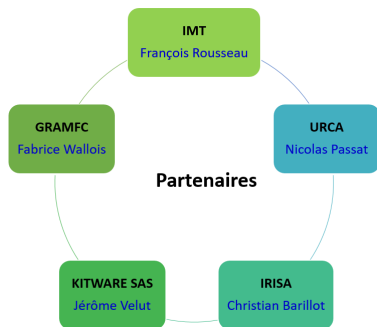
Encadrants: Stéphanie Salmon  
Stephanie Lohrengel

Laboratoire de Mathématiques de Reims  
CNRS UMR 9008

## Contexte clinique :

Projet **ANR-15-CE23-0009 MAIA** (Multiphysics image-based Analysis for premature Brain).

Coordinateur du projet : **François Rousseau**, IMT Atlantique.



## Grands Défis

- 1 Établir un pronostic neurodéveloppemental.
- 2 Étude de la période péri-natale.
- 3 Étude des nouvelles méthodes d'acquisition.
- 4 Relier des modèles « biophysiques » aux données « images ».
- 5 Impact de lésions cérébrales, étude des anomalies.

## Contexte de thèse :

- 1 Traitement des données d'images médicales non-invasives et non irradiantes.
- 2 Modélisation de la tomographie optique diffuse.
- 3 Détection et localisation des anomalies cérébrales chez les prématurés.
- 4 Reconstruction des images à partir des données.



FIGURE – Représentation des données de l'expérience de la tomographie.

# Plan

- 1 Introduction
- 2 Problème direct de la tomographie optique diffuse
- 3 Problème inverse de la tomographie optique diffuse
- 4 Conclusion et perspectives
- 5 Perspectives

## Principe

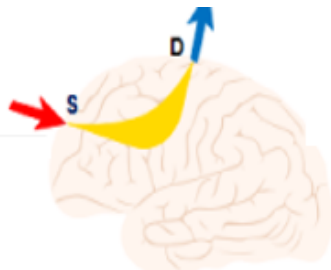
Une technique d'imagerie médicale basée sur l'absorption de la lumière dans l'échelle proche infrarouge des tissus biologiques.

## Utilisation

Cartographier l'activité cérébrale normale et pathologique. Détecter et caractériser des tumeurs cérébrales et d'autres lésions des tissus.

## Avantages

- une technique non invasive non irradiante.
- Portable (appareil de lit).



## Problème direct de la tomographie optique diffuse

## Equation de diffusion (ED)

$$-\operatorname{div}(\kappa \nabla \Phi) + \left( \mu_a + \frac{i\omega}{c} \right) \Phi = q \quad \text{dans } \Omega$$

- $\Phi$  : densité de photons (solution complexe)
- $\mu_a$  : coefficient d'absorption
- $\kappa = \frac{1}{3(\mu_a + \mu'_s)}$  coefficient de diffusion
- $q$  : source lumineuse de fréquence  $\omega$

## Résolution du problème direct de la tomographie optique

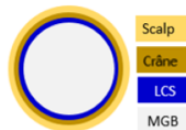
⇒ Résolution de l'ED avec la condition aux limites de Robin :

$$\Phi + 2\chi \kappa \nabla \Phi \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega$$

avec  $\chi$  le coefficient de réflexion interne à la surface, il est positif.

# Cadre d'étude

- Méthode des éléments finis en 2D et 3D avec FreeFem++.
- Milieu diffusant sous forme d'un disque en 2D et d'une boule en 3D, de rayon 60 mm avec quatre couches concentriques :



- Fréquence =  $10^8$  Hz.
- Propriétés optiques :

Tissu	$\mu_a$ ( $mm^{-1}$ )	$\mu'_s$ ( $mm^{-1}$ )	$\frac{\mu_a}{\mu'_s}$
Scalp	0.018	1.9	0.0095
Crâne	0.016	1.6	0.01
LCS	0.0041	0.032	0.128
Matière grise	0.048	0.5	0.096
Matière blanche	0.037	1.0	0.037

TABLE – Propriétés optiques selon [ F. Wallois 2013].



## Modélisation de la source

Source supposée **isotrope** ponctuelle : Gaussienne, située en un point  $\mathbf{x}_S$  à une distance  $\frac{1}{\mu_s}$  de la surface :

$$q(\mathbf{x}) = Ee^{-\frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{x}_S\|^2}{2\sigma^2}}$$

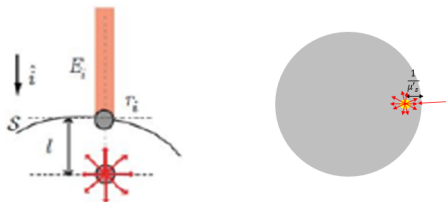
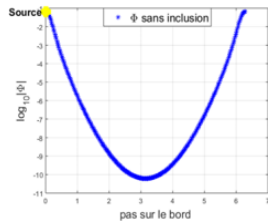


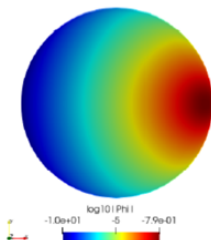
FIGURE – Une source gaussienne placée à une distance  $\ell = \frac{1}{\mu_s}$  de la surface.

$\frac{1}{\mu_s}$  : Libre parcours moyen de transport du photon.

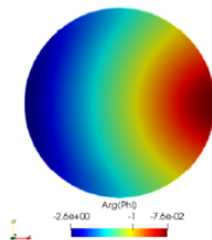
# Milieu homogène



Module de la solution au bord



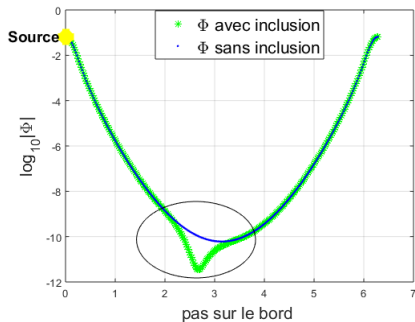
(a)  $\log_{10}|\Phi|$



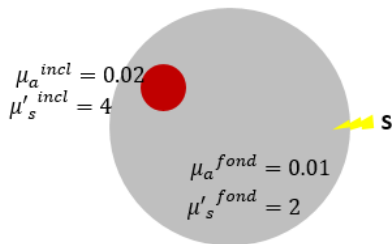
(b)  $\text{arg}(\Phi)$

FIGURE – Solution obtenue sur un modèle homogène.

# Milieu homogène 2D avec une inclusion



(a)  $|\Phi^{avec}|$  et  $|\Phi^{sans}|$



(b) Modèle avec une inclusion

FIGURE – Module de la solution au bord avec et sans inclusion.

# Milieu homogène 2D avec une inclusion

Influence de la position de la source sur les mesures.

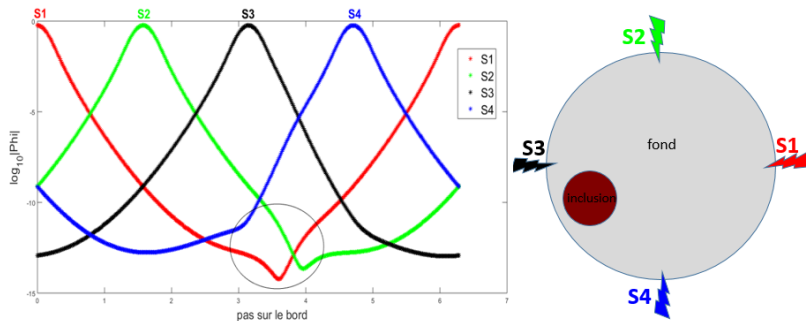
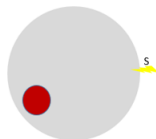
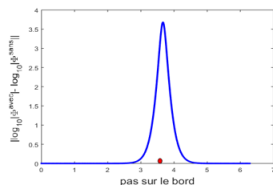
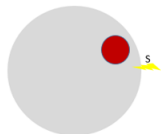
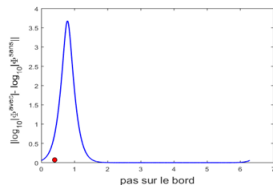


FIGURE – Solution au bord avec quatre sources allumées individuellement.

# Milieu homogène 2D avec une inclusion

Localisation d'une inclusion située proche ou loin de la source.



$|\log_{10} |\phi^{avec}| - \log_{10} |\phi^{sans}| |$  : Différence entre les densités de photons sur le bord pour les modèles avec et sans inclusion.

# Milieu homogène 3D avec une inclusion

Localisation d'inclusions situées proche ou loin de la source.

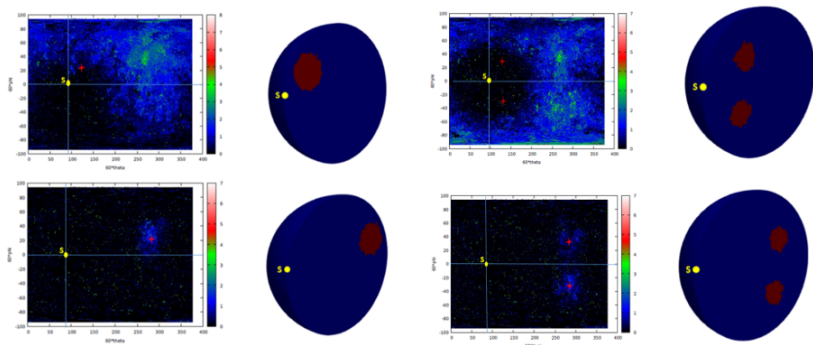
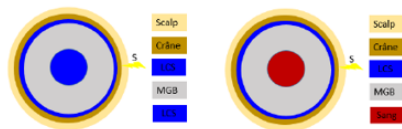
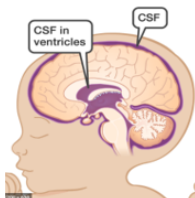


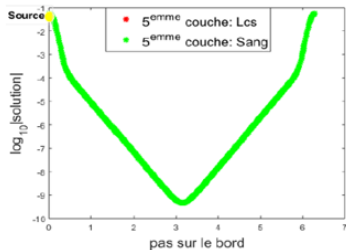
FIGURE – Différence entre les densités de photons sur le bord pour les modèles avec et sans inclusion. Centre de l'inclusion en rouge.

# Milieu 2D quatre couches avec une inclusion centrale

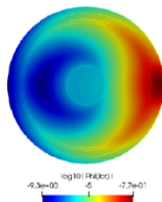
Détection d'une inclusion centrale.



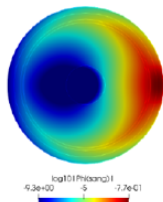
Géométrie quatre couches avec une inclusion centrale.



Solution au bord.



(a)  $\log_{10} |\Phi|^{lcs}$



(b)  $\log_{10} |\Phi|^{sang}$

Solution obtenue avec les deux modèles.

# Milieu 2D quatre couches avec une inclusion

Localisation d'une inclusion située proche ou loin de la source.

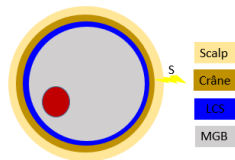
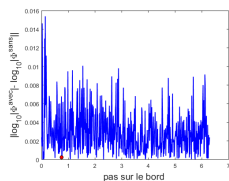
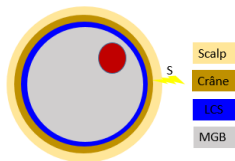
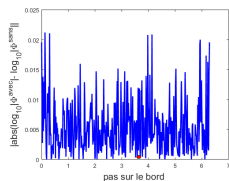


FIGURE – Différence entre les modèles de la solution sur le bord en échelle logarithmique avec et sans inclusion. Centre de l'inclusion en rouge.



# Nouveau modèle pour le LCS

Le nouveau modèle prend en compte la présence des trabécules arachnoïdes dans la couche de LCS<sup>1</sup>.

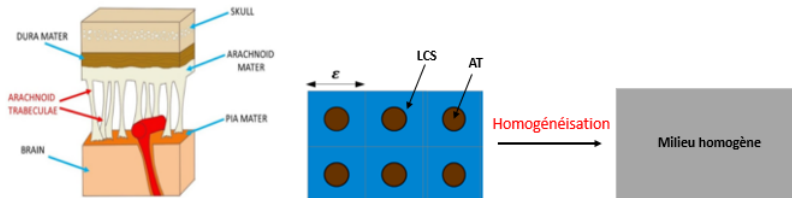
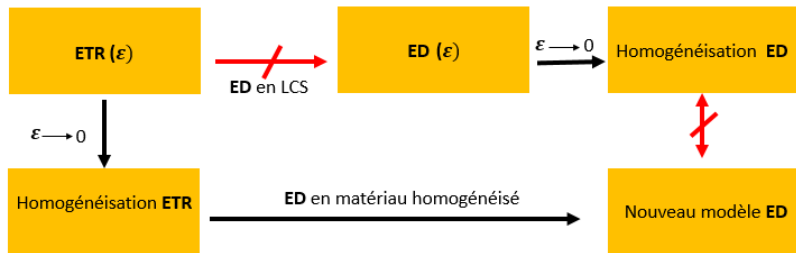


FIGURE – Structure de la couche de LCS.

1. Eiji Okada and David T Delpy. Near-infrared light propagation in an adult head model : 29062914, 2003.



$L_\varepsilon \xrightarrow{*} L^*$  dans  $L^\infty$ , où  $L^*$  est la solution de l'équation de l'ETR homogénéisé avec les coefficients homogénéisés<sup>2</sup> :

$$\mu_{a,\varepsilon} \xrightarrow{*} \langle \mu_a \rangle \quad \text{et} \quad \mu'_{s,\varepsilon} \xrightarrow{*} \langle \mu'_s \rangle$$

2. Laurent Dumas and François Golse. Homogenization of transport equations. SIAM Journal on Applied Mathematics, 60(4) :1447-1470, 2000.

Les paramètres optiques sont recalculés par l'équation suivante :

$$\mu_a^* = p \mu_a^{AT} + (1 - p) \mu_a^{LCS}, \quad \mu_s^* = p \mu_s^{AT} + (1 - p) \mu_s^{LCS}$$

où  $p$  est un paramètre appartenant à  $[0,1]$  qui représente la proportion de trabécules dans la couche de LCS.

$p$	0	0.10	0.15	0.20	0.30
$\mu_a^*$	0.0041	0.0053	0.0059	0.0065	0.0077
$\mu_s^*$	0.032	0.1888	0.2672	0.3256	0.5024
$\kappa^*$	9.233	1.72	1.22	0.95	0.65
$\frac{\mu_a^*}{\mu_s^*}$	0.128	0.0280	0.0220	0.0188	0.0153

TABLE – Paramètres optiques homogénéisés pour différentes proportions  $p$  d'AT dans le LCS.  $\mu_a^{AT} = \mu_a^{\text{Crâne}}$ ,  $\mu_s^{AT} = \mu_s^{\text{Crâne}}$ .

# Modèle homogénéisé de l'ED

Détection d'une inclusion centrale.

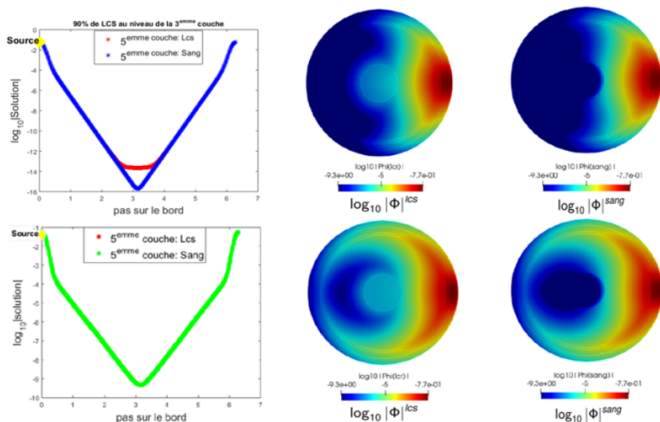
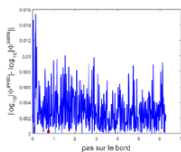


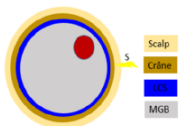
FIGURE – Solutions obtenues pour deux modèles différents au niveau de la 3<sup>ème</sup> couche. Homogénéisé avec **10% d'AT** (ligne 1), classique (ligne 2).

# Modèle homogénéisé de l'ED

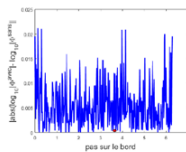
Localisation d'inclusions situées proche ou loin de la source.



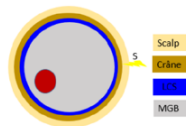
(a) 100% de LCS



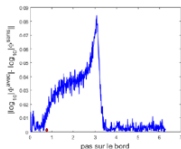
(b) Inclusion proche de la source



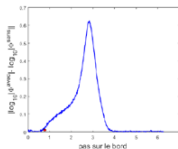
(a) 100% de LCS



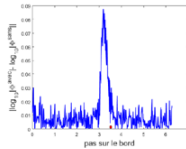
(b) Inclusion loin de la source



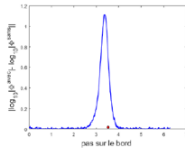
(c) 90% de LCS



(d) 80% de LCS



(e) 90% de LCS



(d) 80% de LCS

$|\log_{10} |\Phi^{avec}| - \log_{10} |\Phi^{sans}||$  : Différence entre les densités de photons sur le bord pour les modèles avec et sans inclusion.

# Modèle homogénéisé de l'ED

Influence de la position de l'inclusion sur les mesures.

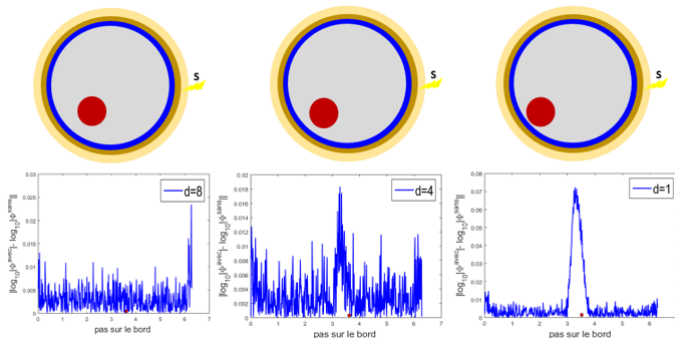


FIGURE – Différence entre les modules des solutions sur le bord avec et sans inclusion pour trois distances entre l'inclusion et l'interface LCS-MGB. Modèle homogénéisé avec 10% d'AT dans le LCS.

## Modèle réaliste d'un nouveau-né

Le maillage du modèle réaliste de la tête d'un nouveau-né a été créé par Hamed Azizollahi<sup>3</sup> du laboratoire GRAMFC du CHU d'Amiens.

Tissus	Tétraèdres
scalp	171702
crâne	131561
fontanelle	22071
LCS	143023
Cerveau	122521
<b>Maillage complet</b>	<b>590870</b>

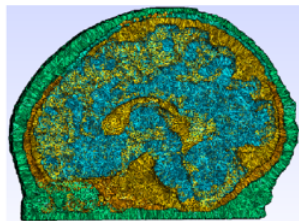


TABLE – Description du maillage.

3. H. Azizollahi, and Fabrice Wallois. Effects of uncertainty in head tissue conductivity and complexity on EEG forward modeling in neonates : 3604 3622, 2016.

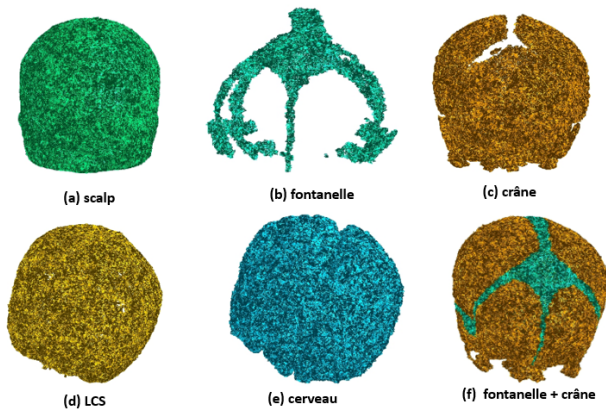


FIGURE – Les couches du maillage réaliste du nouveau-né.



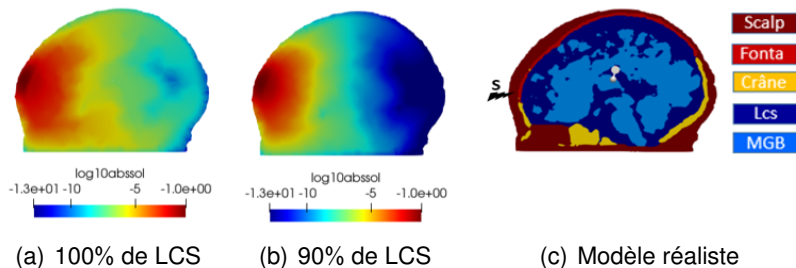
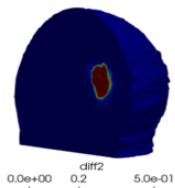
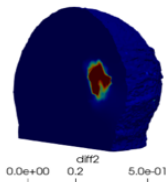


FIGURE – Logarithme du module de la solution sur un modèle réaliste classique et un modèle réaliste homogénéisé.

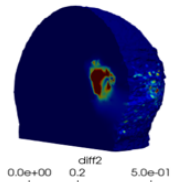
## Localisation d'une inclusion située loin de la source.



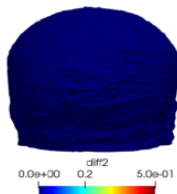
(a) 100% de LCS



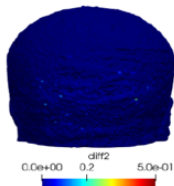
(b) 10% des AT



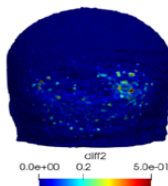
(c) 20% des AT



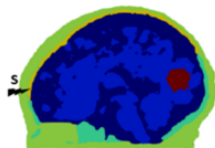
(d) 100% de LCS



(e) 10% des AT

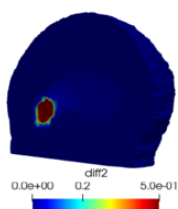


(f) 20% des AT

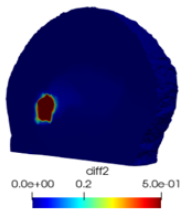


Inclusion loin

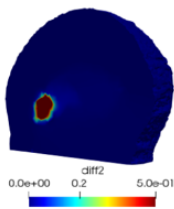
## Localisation d'une inclusion située proche de la source.



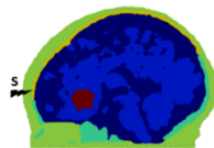
(a) 100% de LCS



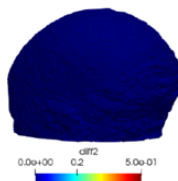
(b) 90% de LCS



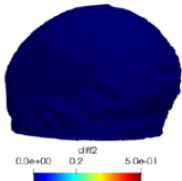
(c) 80% de LCS



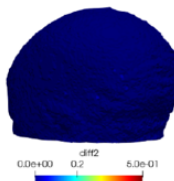
Inclusion proche



(d) 100% de LCS



(e) 90% de LCS



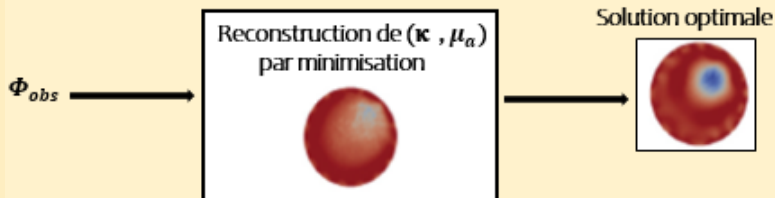
(f) 80% de LCS

## Problème inverse de la tomographie optique diffuse.

# Problème inverse de la TOD

## Principe

- Données aux bords :  $\Phi_{obs}$
- Reconstruction de  $\mu_a$  et  $\kappa$
- Problème de minimisation



# Cadre d'étude du problème inverse

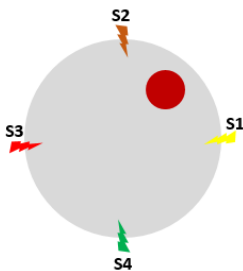


FIGURE – Géométrie avec une inclusion. Quatre sources.

Tissu	$\mu'_s (mm^{-1})$	$\mu_a (mm^{-1})$	$\kappa (mm)$
Fond	1	0.01	0.33
Inclusion	2	0.02	0.16

TABLE – Valeurs des paramètres optiques pour le fond et l'inclusion.

# La reconstruction de $\mu_a$ et de $\kappa$ sans bruit

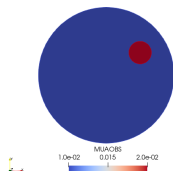
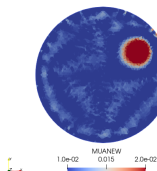
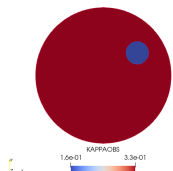
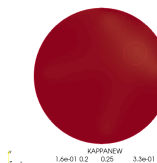
(a)  $\mu_a$  exact(b)  $\mu_a$  reconstruit(c)  $\kappa$  exact(d)  $\kappa$  reconstruit

FIGURE – La reconstruction de  $\mu_a$  et de  $\kappa$  avec  $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (5 \cdot 10^{-5}, 10^{-3})$ . Sans crime inverse et sans bruit.

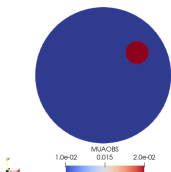
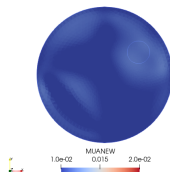
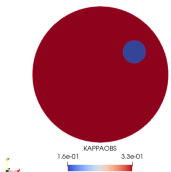
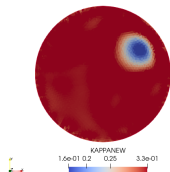
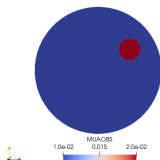
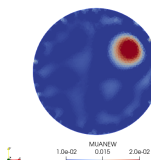
(a)  $\mu_a$  exact(b)  $\mu_a$  reconstruit(c)  $\kappa$  exact(d)  $\kappa$  reconstruit

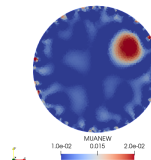
FIGURE – La reconstruction de  $\mu_a$  et de  $\kappa$  avec  $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (10^{-2}, 10^{-3})$ . Sans crime inverse et sans bruit.



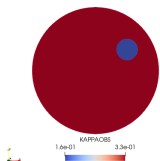
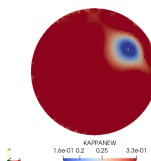
# La reconstruction de $\mu_a$ et de $\kappa$ avec du bruit

(a)  $\mu_a$  exact

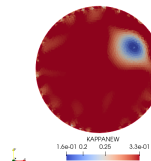
(b) 5% de bruit



(c) 10% de bruit

(d)  $\kappa$  exact

(e) 5% de bruit



(f) 10% de bruit

FIGURE – La reconstruction de  $\mu_a$  et  $\kappa$  pour trois différents niveaux de bruit.  $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (5.10^{-5}, 10^{-3})$  pour  $\mu_a$ ,  $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (10^{-2}, 10^{-3})$  pour  $\kappa$ .

# La reconstruction sur un modèle homogénéisé

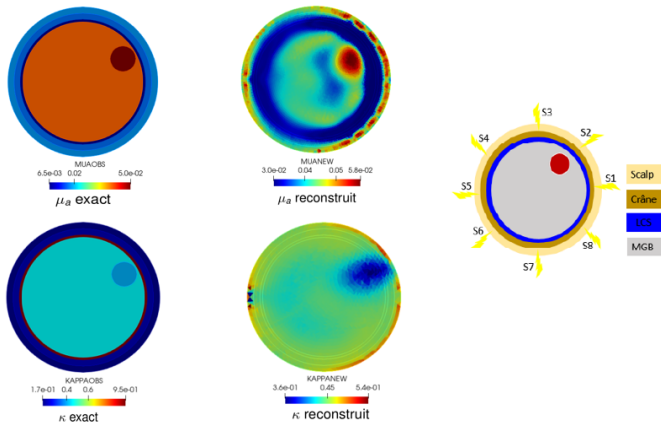


FIGURE – La reconstruction de  $\mu_a$  et  $\kappa$  avec 25 % d'AT dans le LCS.  
 $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (5 \cdot 10^{-5}, 10^{-3})$  pour  $\mu_a$ ,  $(\vartheta_{\mu_a}, \vartheta_{\kappa}) = (10^{-2}, 10^{-3})$  pour  $\kappa$ .

# La reconstruction de $\mu_a$ sur un modèle homogène 3D

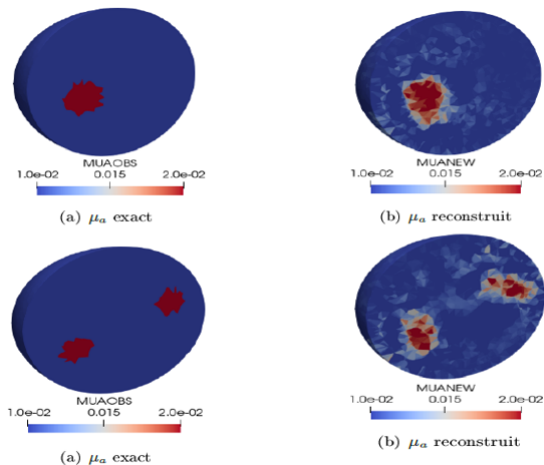


FIGURE – La reconstruction de  $\mu_a$  en 3D .

## Conclusion

- Etude numérique du **problème direct** de la TOD en présence d'inclusions dans des modèles mono et multicouches en  $2D$  et en  $3D$ , ainsi que dans un modèle réaliste.
  - ↪ **La difficulté** rencontrée en présence de LCS.
  - ↪ Le développement d'un nouveau modèle **homogénéisé**.
- Les premiers résultats de la reconstruction des paramètres optiques avec le **problème inverse**.

## Perspectives

- Amélioration du problème inverse :
  - ↪ Le choix des paramètres de régularisation.
  - ↪ La reconstruction des deux paramètres simultanément.
  - ↪ ...
- La validation de ces résultats sur un modèle réaliste avec des données cliniques.
- Le couplage de la TOD avec d'autres modalités comme l'électroencéphalographie (EEG) ; pour laquelle des techniques de co-enregistrement des signaux existent déjà.

Merci pour votre attention